

2. Planificación de Proyectos de Software

2.1. INTRODUCCIÓN

La gestión efectiva de un proyecto de software depende de planear completamente el progreso del proyecto. El gestor o líder del proyecto debe anticiparse a los problemas que podrían surgir, así como preparar soluciones tentativas a esos problemas.

- La **Planificación de un Proyecto de Software** es el conjunto de actividades necesarias que deben llevarse a cabo para desarrollar el proyecto.
- La Planificación es probablemente la actividad que más consume tiempo
- Existe una actividad continua desde el concepto inicial del proyecto hasta que este es liberado. Los planes deben ser revisados regularmente a medida que esta disponible nueva información.

La estructura sugerida por Sommerville para generar un **plan de Proyecto o de Desarrollo de software** es la siguiente:

1. **Introducción:** Describe brevemente los objetivos del proyecto y expone las restricciones del mismo (por ejemplo, presupuesto, tiempo, etc.) que afectan su gestión.
2. **Organización del Proyecto:** Describe la forma en que el equipo de desarrollo está organizado, la gente involucrada y sus tareas en el equipo.
3. **Análisis de Riesgo:** Describe los posibles riesgos del proyecto, la probabilidad de que surjan estos riesgos y las estrategias de reducción de riesgos (propuestas).
4. **Requerimientos de Recursos de Hardware y Software:** Describe el hardware y la ayuda del software requerida para llevar a cabo el desarrollo. Si es necesario comprar hardware, se deben incluir los estimados de los precios y las fechas de entrega.
5. **División del trabajo:** Describe la división del proyecto en actividades e identifica los hitos y productos a entregar asociados a cada actividad.
6. **Programa del Proyecto:** Describe las dependencias entre las actividades, el tiempo estimado requerido para alcanzar cada hito y la asignación de la gente a las actividades.
7. **Mecanismos de supervisión e informe:** Describe la gestión de informes y cuando deben producirse, así como los mecanismos de supervisión del proyecto a utilizar.

Además de un plan de proyecto, los líderes suelen preparar otros tipos de planes, tales como los que se describen en la tabla que aparece en la página siguiente. El pseudocódigo que se muestra a continuación describe el proceso que se sigue en la planeación de un proyecto para el desarrollo de software.

```
Establecer las restricciones del proyecto
hacer las suposiciones iniciales de los parámetros del proyecto
Definir hitos del proyecto y productos a entregar
while el proyecto no se haya completado o cancelado loop
    Describe la planificación de tiempos del proyecto
    Inicia las actividades de acuerdo a la planificación
    Espera (a que se lleve a cabo el desarrollo)
    Revisa el progreso del proyecto
    Revisa los parámetros estimados del proyecto
    Actualizar la planificación del proyecto
    Renegociar las restricciones del proyecto y los productos a
    entregar
    if (aparecen problemas) then
        inicia una revisión técnica y sus posibles soluciones
    end if
end loop
```

Plan	Descripción
Plan de Desarrollo	Describe la metodología a utilizar en el desarrollo del proyecto.
Plan de Calidad	Describe los procedimientos de calidad, y los estándares a utilizar en el proyecto.
Plan de Validación	Describe el enfoque, los recursos y la programación utilizados para la validación del sistema.
Plan de Mantenimiento	Predice los requerimientos de mantenimiento del sistema, los costos del mantenimiento y el esfuerzo.
Plan de Desarrollo Personal	Describe como se adquirirán y desarrollarán los conocimientos y habilidades del personal.

El pseudocódigo anterior muestra que la planeación es un proceso iterativo que solamente se completa cuando el proyecto mismo se termina.

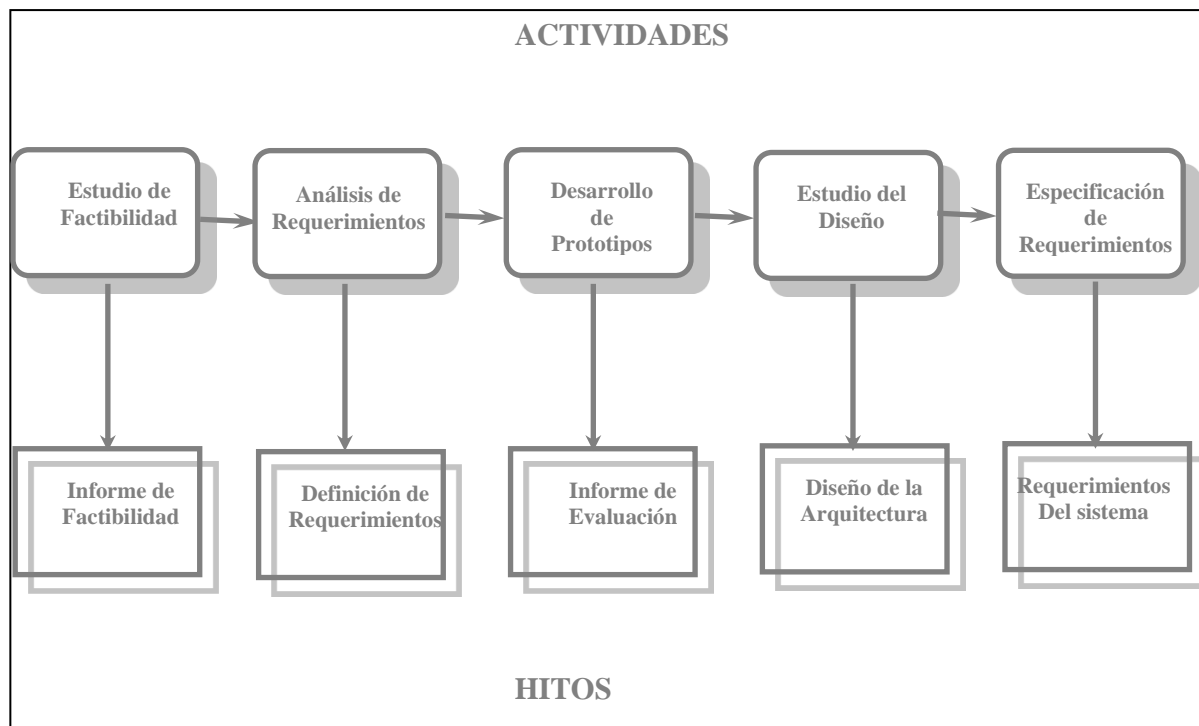
2.1.1. HITOS Y PRODUCTOS A ENTREGAR

Los líderes necesitan información para gestionar el proyecto. Como el software es intangible, esta información sólo se puede proveer como documentos que describan el estado del software que se está desarrollando. Sin esta información es imposible saber del progreso del proyecto y no se pueden actualizar costos o calendarios. Cuando se planea un proyecto se deben establecer hitos.

Un **hito** es un punto final de una actividad del proceso del software. En cada uno debe existir una salida formal, como un informe, que se debe presentar al gestor. Los hitos deben representar el fin de una etapa lógica en el proyecto.

Un **producto entregable** es el resultado del proyecto que se entrega al cliente. De forma general, se entrega al final de una fase principal del proyecto como la especificación, el diseño, etc. Un producto a entregar es un hito, pero no todos los hitos son productos entregables, es decir, existen hitos internos del proyecto que son utilizados por el gestor del mismo para verificar el progreso de dicho proyecto pero que no se entregan al cliente.

Para poder definir un hito, el proceso del software debe descomponerse en actividades básicas con sus salidas asociadas. La siguiente figura muestra por ejemplo las actividades involucradas en la especificación de requerimientos basada en la construcción de prototipos y las salidas o hitos principales de cada actividad.



2.2. CALENDARIZACION DEL PROYECTO

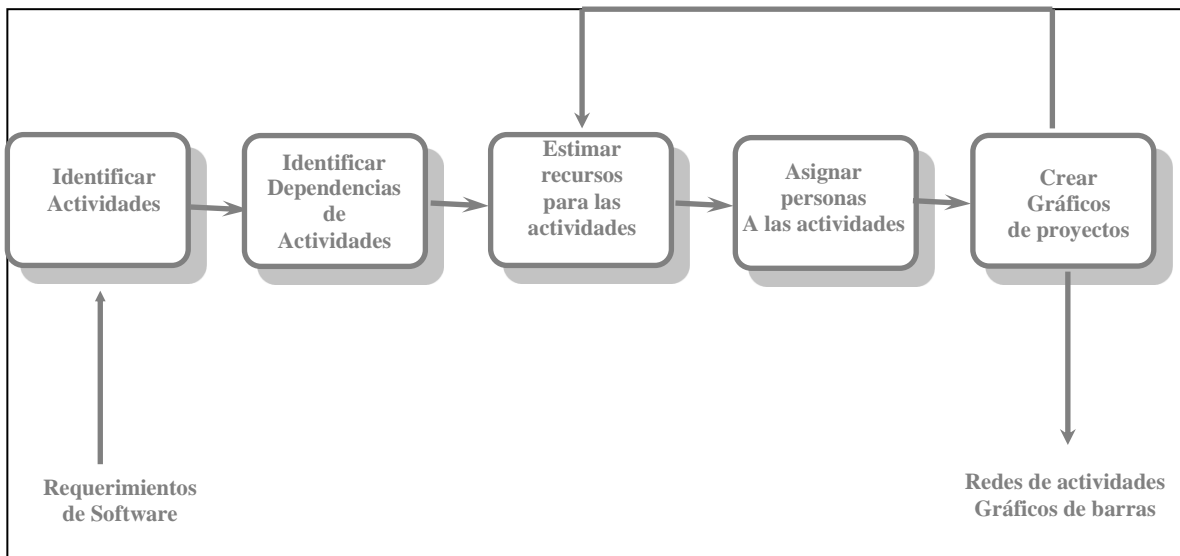
La **Calendarización del Proyecto** es una representación gráfica de todas las actividades del proyecto necesarias para producir el resultado final que permite al gestor del proyecto coordinar de una forma efectiva al equipo de desarrollo durante el transcurso del mismo. El calendario es dinámico, es decir, puede variar a medida que avanza el proyecto por cambios no previstos en su extensión, plazos, etc. El proceso de la calendarización tiene las siguientes características u objetivos:

- Distribuye el proyecto en tareas y estima el tiempo y los recursos requeridos para completar cada tarea
- Organiza las tareas de forma concurrente para hacer mejor uso de la fuerza laboral
- Minimiza la dependencia entre tareas para evitar retrasos debidos a que una tarea espere a la terminación de otra
- Depende de la intuición y experiencia de los gestores

Sin embargo la calendarización provoca problemas tales como los siguientes:

- Es difícil estimar la longitud y dificultad de las tareas, por lo que la estimación del costo es más difícil.
- La productividad no es proporcional al número de personas trabajando en una tarea.
- Incluir personal en un proyecto en avance, retrasa el proyecto por "overheads" en la comunicación.
- Lo inesperado siempre sucede. Es necesario considerar siempre contingencias.

El modelo gráfico del proceso de calendarización del proyecto es el siguiente:



Normalmente, las actividades del proyecto deben durar por lo menos una semana y también es útil asignar una cantidad de tiempo máxima para realizar cualquier actividad, es decir, se deben considerar el tiempo más temprano (early) y el tiempo más tardío (last) para iniciar y terminar una actividad de acuerdo al tiempo máximo que se le dedique a dicha actividad.

El recurso principal que los gestores deben estimar para completar las tareas es el **esfuerzo humano** que se requiere.

Por lo general, el calendario del proyecto se representa como un conjunto de gráficos que muestran la división del trabajo, las dependencias de las actividades y la asignación del personal. Existen herramientas de administración y gestión de software que se utilizan para automatizar la producción de diagramas tales como Microsoft Project o Visio 2003 también de Microsoft.

El calendario es por tanto un programa de tiempos que, para que sea efectivo, debe tener las siguientes características:

- Comprensible por todas aquellas personas que van a utilizarlo
- Detallado para que con él se puedan medir y controlar el progreso del proyecto
- Capaz de señalar actividades críticas
- Flexible y fácilmente modificable
- Basados en estimaciones de tiempos fidedignas
- Ajustable a los recursos disponibles
- Compatible con los planes de otros proyectos que compartan los mismos recursos.

Cori señala que, para desarrollar un calendario es necesario realizar siete pasos en el orden que se expone a continuación:

- **Definición de los Objetivos del proyecto:** La primera tarea de un gestor de proyecto es la de clarificar los objetivos del proyecto en términos cuantificables para así asegurar que el producto

final cumpla con los requisitos del cliente. Un *Objetivo de Proyecto* es un enunciado que especifica los resultados que se deben conseguir. Para que un objetivo de proyecto quede bien definido, éste tiene que ser **accesible** en el sentido de que la meta identificada por dicho objetivo pueda conseguirse en unos tiempos y restricciones dadas, **definitivo** para especificar concretamente qué es lo que se debe lograr y en qué grado de detalle, **cuantificable** en el sentido de especificar un criterio de finalización y **de duración específica** para definir la duración de las actividades y así evaluar el progreso del proyecto.

- **Descomposición de las actividades:** El gestor, una vez determinado los objetivos puede descomponer el proyecto en una serie de actividades que hay que realizar a distinto nivel de detalle. Puede hacer uso de un diagrama jerárquico para representar la actividad más general del proyecto y a partir de allí subdividirla en actividades más sencillas. Además de mostrar las actividades, se indican las personas responsables de su finalización.
- **Relación entre las actividades:** Las actividades tienen que estar relacionadas por lo que hay que determinar sus secuencias y dependencias. Para programas sencillos los llamados diagramas de Gantt son suficientes para estimar la relación entre el tiempo y la carga de trabajo aunque no muestran las interrelaciones entre las distintas actividades. Para planificar proyectos grandes, se utilizan técnicas basadas en redes de precedencia tales como los diagramas PERT y CPM. Las redes de precedencia relacionan las actividades de forma que podemos identificar aquellas que sean críticas. Además se pueden reflejar en una escala de tiempos para facilitar la distribución de recursos y presupuestos.
- **Estimación de tiempos y costos de las actividades:** Una vez definida la secuencia de las actividades, se debe realizar una estimación del tiempo que debe transcurrir entre el comienzo y final de una actividad. Estas estimaciones se basan en el tiempo requerido para finalizar una actividad.
- **Reajuste del programa de tiempos a las restricciones del proyecto:** El objetivo de esta parte es determinar la duración total del proyecto, identificar las actividades que contribuyen a la duración total del proyecto (actividades críticas) y calcular las holguras de las actividades que no son críticas.
- **Asignación de los recursos/definición de la organización del equipo:** Una vez ajustado el calendario a las restricciones de tiempo, hay que ajustarlo respecto a los recursos disponibles. Para suavizar la carga de trabajo, el gestor debe fijarse en aquellas actividades que tengan holguras y ajustar las fechas de comienzo de algunas actividades no críticas que de otra manera podrían darse en periodos de gran carga de trabajo. Si esto no se puede hacer, se debe aumentar la duración de las actividades críticas, aumentando así la duración total del proyecto.
- **Revisión del calendario:** Una vez hecho el calendario, es necesario realizar una revisión del mismo para determinar si es o no realista. Se deben considerar los efectos de las revisiones técnicas y de gestión, los periodos vacacionales, los conflictos o las restricciones de recursos. Así mismo, se debe asegurar que el calendario sea lo suficientemente flexible como para acomodarse a los retrasos no previstos.

2.2.1. TECNICAS DE CALENDARIZACION

Existen varias técnicas que se pueden utilizar en la realización de un calendario. Algunas son muy simples como la tabla de hitos, los diagramas de Gantt o la técnica Full-Wall las cuales no contemplan la interrelación entre las actividades. Pero existen otras técnicas más complicadas que muestran la interrelación de las actividades donde se requiere del análisis de las redes de precedencia tales como los diagramas de PERT o la técnica CPM.

2.2.1.1. Tabla de Hitos:

Es el método más simple para determinar el calendario. Es un cuadro o tabla formada por dos columnas; en la primera se señalan las actividades y en la segunda se indican o bien las fechas de finalización o los días que duran las actividades junto con los hitos que habrán de concretar las actividades. Una ventaja de esta técnica es la facilidad de uso y el bajo costo en su preparación. Las desventajas son la incertidumbre sobre las fechas de comienzo de las actividades y la imposibilidad de reflejar las interrelaciones entre ellas.

Tareas o Actividades	Duración (días)
T1	8
T2	15
T3	15 (M1)
T4	10
T5	10 (M2)
T6	5 (M3)
T7	20 (M1)
T8	25 (M5)
T9	15 (M4)
T10	15 (M7)
T11	7 (M6)
T12	10 (M8)

Tabla de Hitos

2.2.1.2. Diagramas de Gantt

El diagrama de Gantt suele utilizarse en proyectos de máximo 25 actividades y es el más utilizado pues aunque con estos diagramas no es posible representar las dependencias entre las actividades, es más fácil representar sus posibles solapamientos (actividades concurrentes) que en una red PERT o CPM. Estas dos últimas técnicas suelen trasladarse a un diagrama de Gantt. El diagrama de Gantt se puede utilizar para estimar los recursos y el presupuesto en función del tiempo identificando el total de recursos para una actividad y calculando el total para todas las actividades que ocurran durante un periodo de tiempo específico.

El diagrama de Gantt por tanto es un histograma donde se hace una referencia cruzada entre las tareas y los tiempos de duración de las mismas. Opcionalmente se pueden incluir los hitos que habrán de generarse al terminar alguna actividad mediante un rombo completamente relleno. Además se pueden definir con colores diversos los retrasos máximos que pueden tener las actividades.

Tareas o Actividades	Duración (días)	Dependencias)
T1	8	8

T2	15	15
T3	15	T1 (M1)
T4	10	10
T5	10	T2, T4 (M2)
T6	5	T1, T2 (M3)
T7	20	T1 (M1)
T8	25	T4 (M5)
T9	15	T3, T6 (M4)
T10	15	T5, T7 (M7)
T11	7	T9 (M6)
T12	10	T11 (M8)

Tabla de Hitos Ampliada a relaciones de precedencia

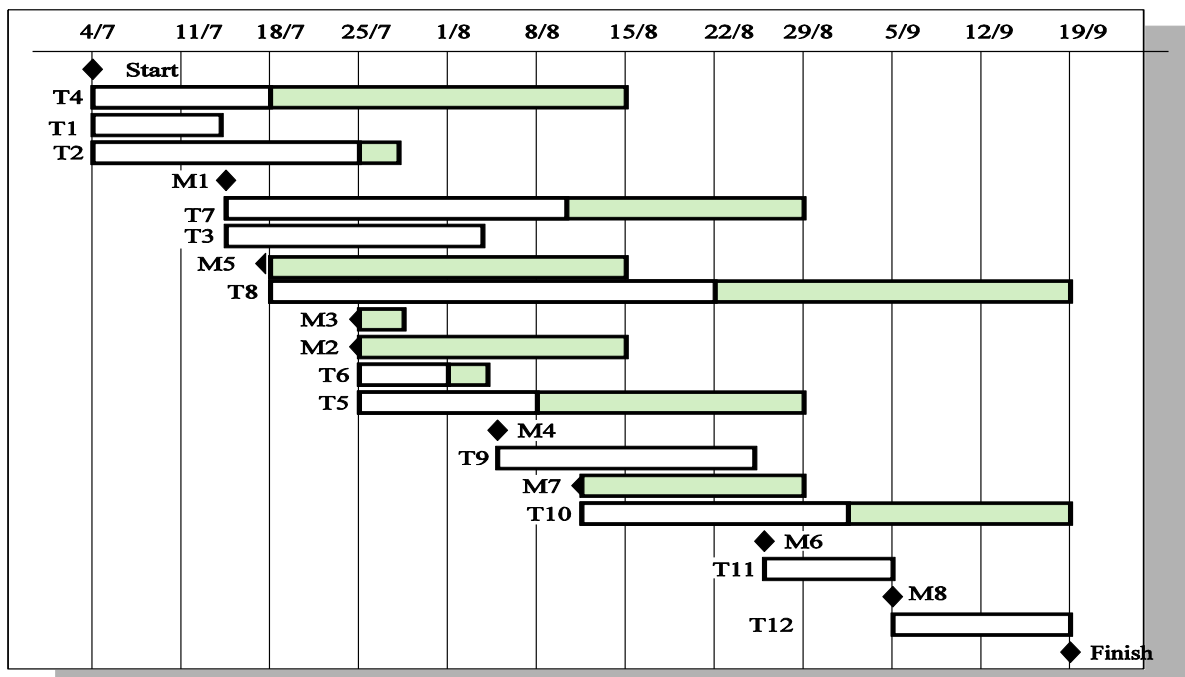


Diagrama de Gantt o Histograma de Actividades

Este mismo diagrama de Gantt se puede utilizar para representar las asignaciones de las actividades a cada uno de los miembros que conforman el equipo de trabajo, por parte del gestor, en los mismos tiempos de duración de dichas actividades.

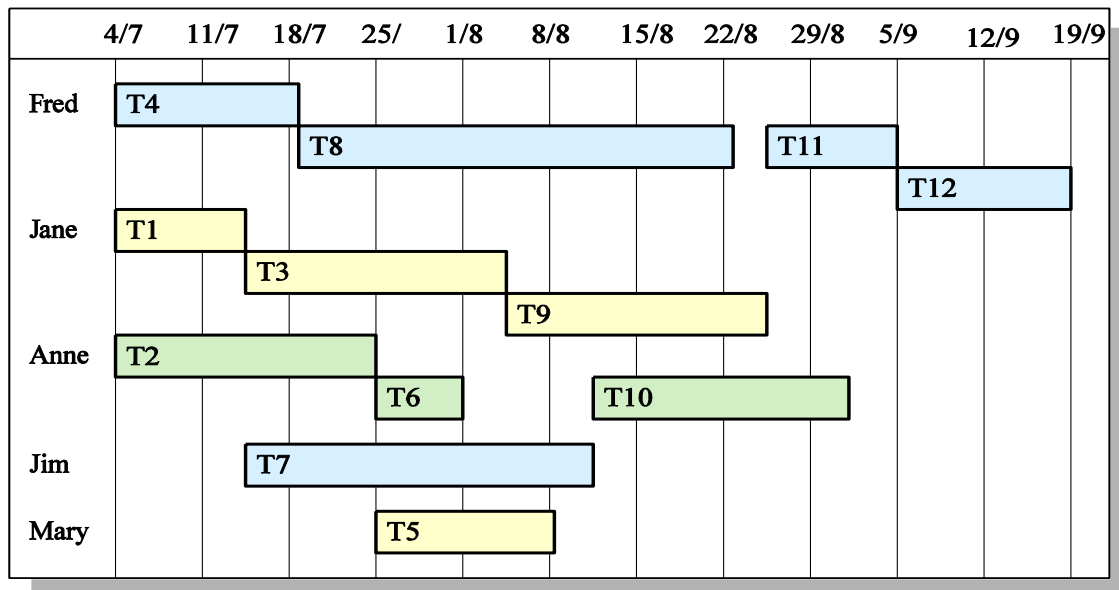


Diagrama de Gantt o Histograma de Asignación de Actividades

2.2.1.3. Técnica FULL-WALL o Programa de Tiempos

En esta técnica se determina el calendario en una reunión en la que intervienen todas las personas que trabajarán en el proyecto. En una sala de reunión se forma un cuadro en una pared en el que las líneas verticales representan semanas de trabajo y las horizontales representan las actividades que debe hacer el equipo del proyecto. El gestor tiene que haber desarrollado un diagrama de Hitos y una lista de actividades, donde se indica quienes son los responsables de cada una. Cada actividad se escribe en dos tarjetas. La primera tarjeta se etiqueta como <<inicio>> y la segunda como <<final>>. A cada miembro del equipo se le dan las tarjetas apropiadas. Cada persona clava la tarjeta en la pared en la semana de su elección. La disposición de las tarjetas se modificará reiteradamente hasta que se hayan tratado todas las interrelaciones y restricciones de las actividades y el calendario sea accesible. Entonces el gestor hace una copia del calendario escrito en la pared y lo distribuye a cada uno de los miembros del equipo del proyecto.

2.2.1.4. Redes de Precedencia

Existen dos técnicas principales basadas en grafos para la planificación de proyectos, que son **PERT** (*Program Evaluation and Review Technique*) y **CPM** (*Critical Path Method*). Estas técnicas son muy parecidas entre sí aunque provienen de estudios muy diferentes. La primera, es decir, **PERT** se inicia en 1957 por problemas surgidos en la planificación y control del proyecto Polaris; la segunda o **CPM** parte de la necesidad de programar y controlar los proyectos de mantenimiento de las plantas de fabricación de la empresa E. I. Du Pont. Posteriormente estas técnicas se amplían tratando la relación existente entre el costo y la duración de las actividades. De esta manera surge la **planificación de proyectos con costo mínimo**.

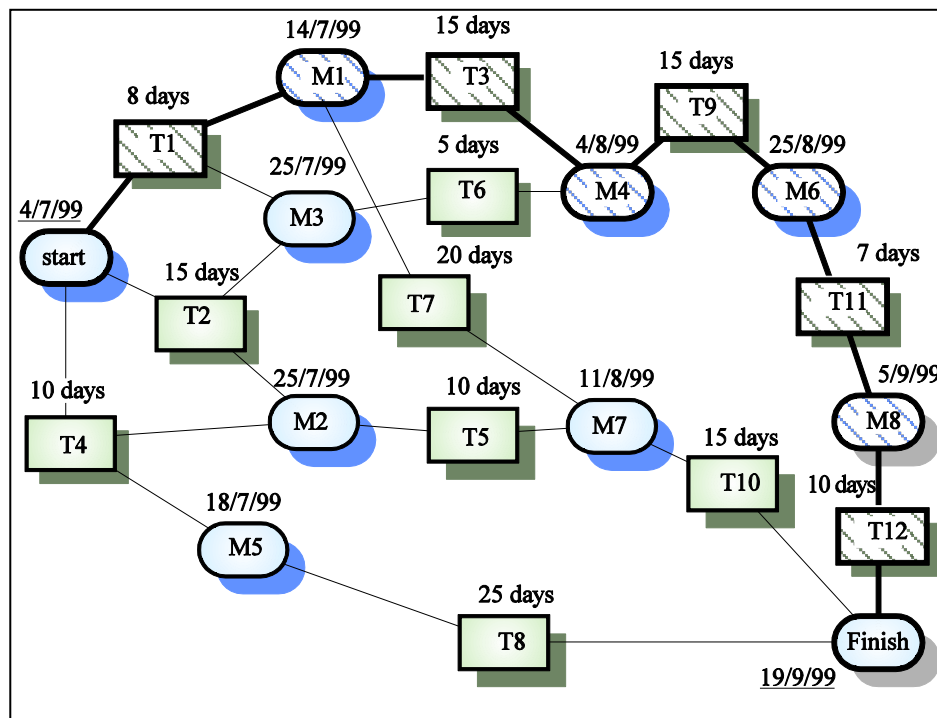
Es conveniente utilizar estas técnicas cuando un proyecto:

- Tiene todas sus actividades bien definidas
- Las actividades se pueden comenzar, interrumpir y realizar de forma separada dentro de una secuencia dada
- Las actividades se pueden relacionar con otras
- Las actividades están ordenadas de forma que se pueda seguir una secuencia
- Una vez comenzada una actividad, debe continuar sin interrupción hasta su finalización.

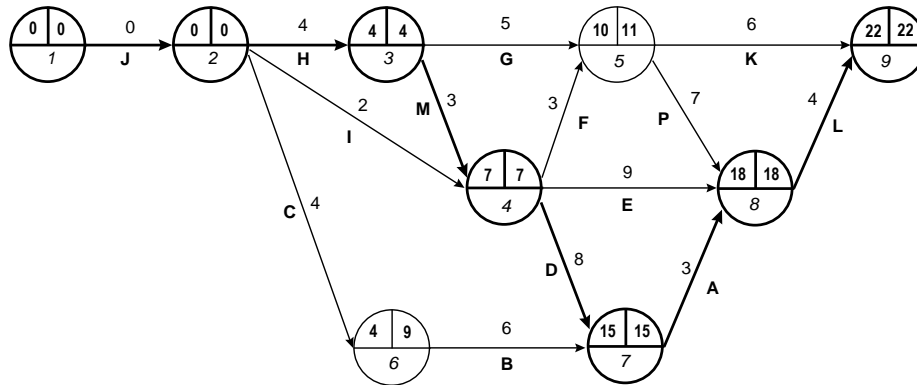
La red es un grafo que señala las relaciones secuenciales entre los sucesos claves en un proyecto. **PERT y CPM** pueden mostrar el **camino crítico**, que es la secuencia más larga de actividades conectadas a través de la red y que determina la duración total del proyecto. Esta técnica también permite visualizar las tareas que no son críticas.

Las principales diferencias entre **PERT y CPM** son:

- La técnica **CPM** se enfoca en las actividades, mientras que **PERT** se enfoca en los eventos o sucesos. Esto da la ventaja a los diagramas de **PERT** a considerar los eventos como hitos del proyecto, lo cual facilita el control de la gestión.
- **PERT** permite el tratamiento de la probabilidad para su estimación de tiempo, mientras que **CPM** no.



Ejemplo de una Red de Actividades CPM



Ejemplo de una Red de sucesos y actividades PERT

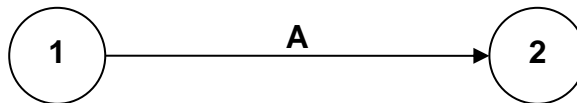
Existen varias reglas a considerar en el desarrollo de una red PERT o CPM:

1. La red debería tener un mínimo de veinte eventos. Para proyectos más pequeños es más apropiado un diagrama de Gantt.
2. Las redes que se realicen manualmente deben estar limitadas a un máximo de 300 sucesos. Si son más, se hace necesario el utilizar alguna herramienta que gestione la técnica de forma automática.
3. Los proyectos que justifican el uso de un gran número de actividades o eventos son:
 - a. Muy críticos
 - b. De alto riesgo o incertidumbre
 - c. Que involucran a muchas personas u organizaciones
 - d. Técnicamente complejos
 - e. Con actividad en diversas localidades geográficas

2.2.1.4.1. La Técnica PERT

Parte de la descomposición de un proyecto en actividades. Las actividades ocurren entre dos sucesos (un suceso inicial y un suceso final). Un **suceso** es un acontecimiento o punto temporal (una fecha) que no consume recursos.

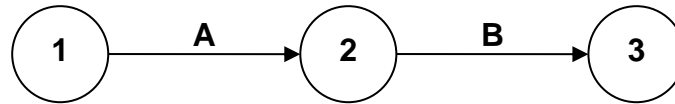
La representación se realiza por medio de un grafo en donde las actividades se reflejan mediante arcos y los sucesos mediante vértices, como lo muestra la figura siguiente:



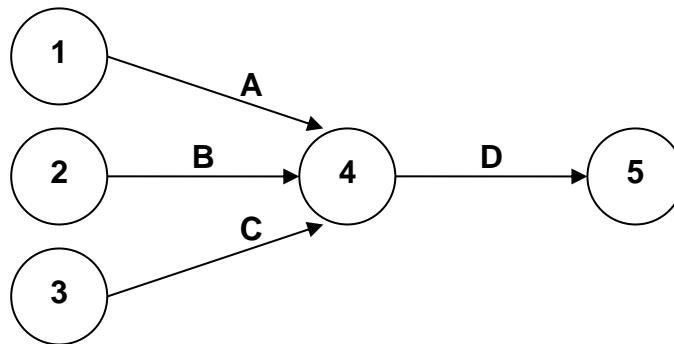
El vértice 1 representa el suceso inicial de la actividad A y el vértice 2 el suceso final de la actividad. La longitud del arco no tiene relación alguna con la duración de la actividad.

El siguiente paso es la determinación de las relaciones entre las actividades. Habrá que estudiar entonces para cada actividad las relaciones de precedencia, esto es, las actividades que deben estar finalizadas justamente antes del comienzo de la actividad dada. Existen varios tipos de relaciones de precedencia:

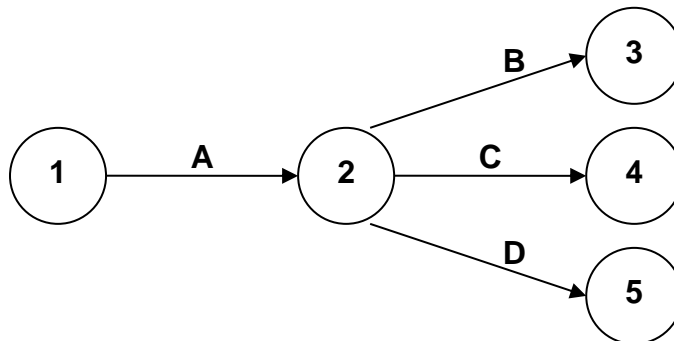
Las Relaciones de precedencia lineales: Donde por ejemplo, para iniciar una actividad B es necesario haber finalizado una actividad A anterior. En la figura de abajo, el suceso 2 es un suceso final de la actividad A y a su vez un suceso inicial de la actividad B.



Las Relaciones de Precedencia Convergentes: Donde para iniciar una actividad digamos D es necesario haber finalizado antes más de una actividad, digamos A, B y C, tal como se muestra en la figura de abajo:



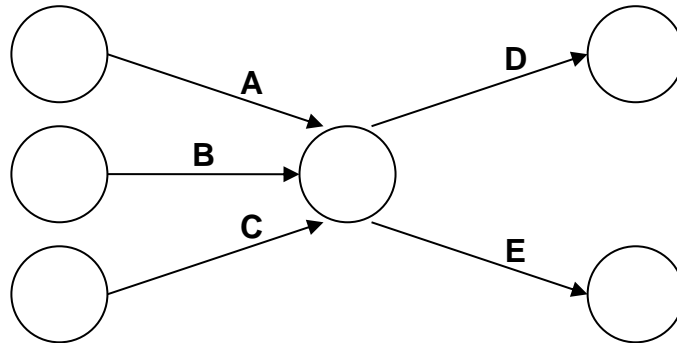
Las Relaciones de Precedencia Divergentes: Donde para poder iniciar cuales quiera de más de una actividad, digamos las actividades B, C o D, es necesario que haya finalizado una actividad precedente, digamos A; tal como se ve en la figura siguiente:



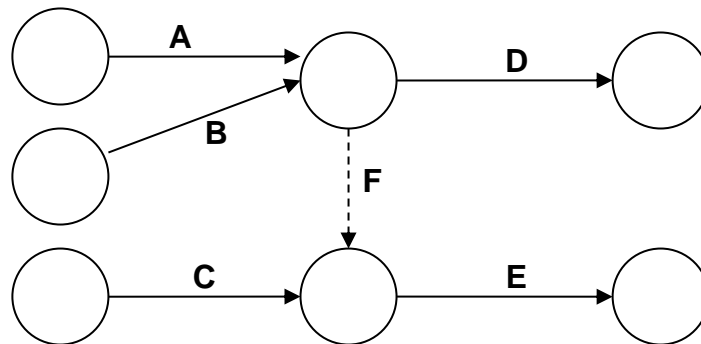
Es obvio que se pueden dar combinaciones de cada tipo de relaciones, sin embargo existen casos en los que, para determinadas combinaciones existen conflictos, por ejemplo, supongamos que tenemos las siguientes relaciones:

- Las actividades A y B preceden a la actividad D
- Las actividades A, B y C preceden a la actividad E

Según estas relaciones el grafo que las representaría sería el siguiente:



Observamos que en el grafo se cumple la segunda regla pero no la primera, ya que es necesario que finalice la actividad C para comenzar la actividad D. Para resolver este problema, se añade una actividad ficticia F, de duración cero, tal como se muestra en el siguiente grafo:



2.2.1.4.2. Creación del grafo de PERT mediante un ejemplo

Supongamos que tenemos que llevar a cabo un proyecto cuya descomposición en actividades nos arroja 8: A, B, C, D, E, F, G y H. Las relaciones entre estas actividades son las siguientes:

- A precede a B, C y D
- B precede a E
- C precede a F
- D precede a G y
- E, F preceden a H

Existen dos formas de recoger este conjunto de relaciones: la llamada matriz de encadenamientos y el cuadro de relaciones de precedencia:

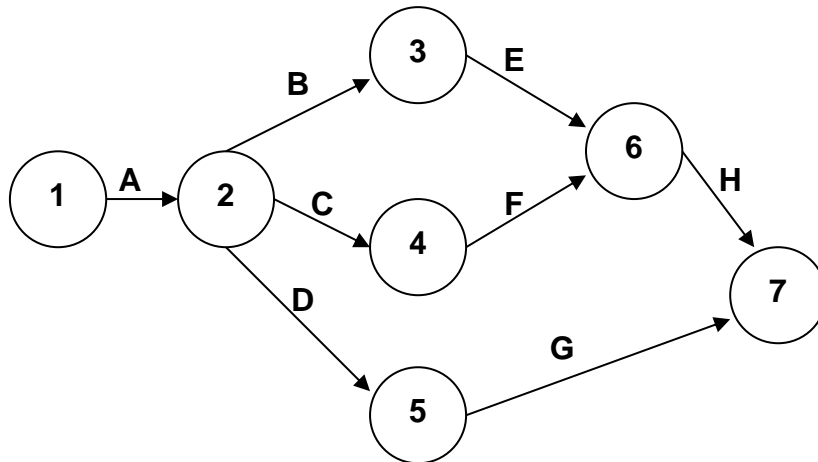
La **matriz de encadenamientos** es una matriz cuadrada cuya dimensión coincide con el número de actividades en las que se ha descompuesto un proyecto. Sea M_{ij} un elemento de la matriz, si $M_{ij}=X$ entonces, para poder iniciar la actividad i , es necesario que haya finalizado la actividad j . En el caso del ejemplo la matriz de encadenamientos sería la siguiente:

		Actividades Precedentes							
		A	B	C	D	E	F	G	H
A c t. S i g u i e n t e s	A								
	B	X							
	C	X							
	D	X							
	E		X						
	F			X					
	G				X				
	H					X	X		

El **cuadro de relaciones de precedencia** es una tabla de dos columnas. En la primera columna se representan las actividades en las que se descompone el proyecto y en la segunda las actividades precedentes que deben contemplarse:

ACTIVIDADES	ACTIVIDADES PRECEDENTES
A	-
B	A
C	A
D	A
E	B
F	C
G	D
H	E,F

Una vez creada la matriz de encadenamientos o el cuadro de relaciones de precedencias se procede a construir el grafo:



La representación del grafo es sencilla sin embargo, cuando tenemos un número mayor de actividades, se hace necesario ordenar el grafo por niveles utilizando el llamado **algoritmo de Demoucron**. Éste algoritmo parte de la matriz de adyacencia M de un grafo G de n -vértices.

Para aplicar el algoritmo al grafo anterior, construimos inicialmente la matriz de adyacencia de dicho grafo:

Matriz de Adyacencia del Grafo de la figura anterior

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	1	1	1	0	0
3	0	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0

Una vez que tenemos esta matriz, incluimos una columna $V1$ (con un número de elementos igual al número de vértices del grafo). El contenido de los valores de la columna $V1$ es:

$$V1(i) = \sum_{j=1}^{j=n} a_{ij}$$

es decir, la suma de las filas de la matriz de adyacencia:

$$V1(1) = 1$$

$$v1(2) = 3$$

$$v1(3) = 1$$

$$v1(4) = 1$$

$$V1(5) = 1$$

$$v1(6) = 1$$

$$v1(7) = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	V1
1	0	1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	1	1	1	0	0	3
3	0	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	0	0	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0
								7

En la parte inferior de la columna V1 se incluyen aquellos sucesos en los que $V1(i) = 0$, que en este caso es el vértice 7, es decir $V1(7)=0$. Este vértice formará parte del último nivel en el que se ordenará el grafo:

	1	2	3	4	5	6	7	V1	V2	V3	V4	V5
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
2	0	0	1	1	1	0	0	3	3	2	0	X
3	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	X	X
4	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	X	X
5	0	0	0	0	0	0	1	1	0	X	X	X
6	0	0	0	0	0	0	1	1	0	X	X	X
7	0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	X
								7	5	3	2	1
									6	4		
NIVELES DEL GRAFO								V	IV	III	II	I

A continuación se añade otra columna **V2**. Para calcular los valores $V2(i)$ de esta columna, se buscan primero los valores de la columna anterior donde $v1(i)=0$. Los valores de $V2(i)$ se hallan restando a los valores de $V1(i)$ los valores de las columnas en los que los vértices i tienen un valor $v1(i)=0$.

En el caso del ejemplo, se elige la columna a_{i7} y en la fila i (en este caso filas 5 y 6) en donde $a_{i7} = 1$, se resta el valor de $V1(i)$.

$$V2(1) = v1(1) - a_{1,7} = 1 - 0 = 1$$

$$V2(2) = v1(2) - a_{2,7} = 3 - 0 = 3$$

$$V2(3) = v1(3) - a_{3,7} = 1 - 0 = 1$$

$$V2(4) = v1(4) - a_{4,7} = 1 - 0 = 1$$

$$V2(5) = v1(5) - a_{5,7} = 1 - 1 = 0$$

$$V2(6) = v1(6) - a_{6,7} = 1 - 1 = 0$$

Los valores que en la columna de $V1(i) = 0$, en la siguiente columna se reemplazan por X. Se realiza el mismo procedimiento hasta llegar al suceso inicial, que estará en el nivel I.

$$V3(1) = v2(1) - (a_{1,5} + a_{1,6}) = 1 - (0 + 0) = 1$$

$$V3(2) = v2(2) - (a_{2,5} + a_{2,6}) = 3 - (1+0) = 2$$

$$V3(3) = v2(3) - (a_{3,5} + a_{3,6}) = 1 - (0+1) = 0$$

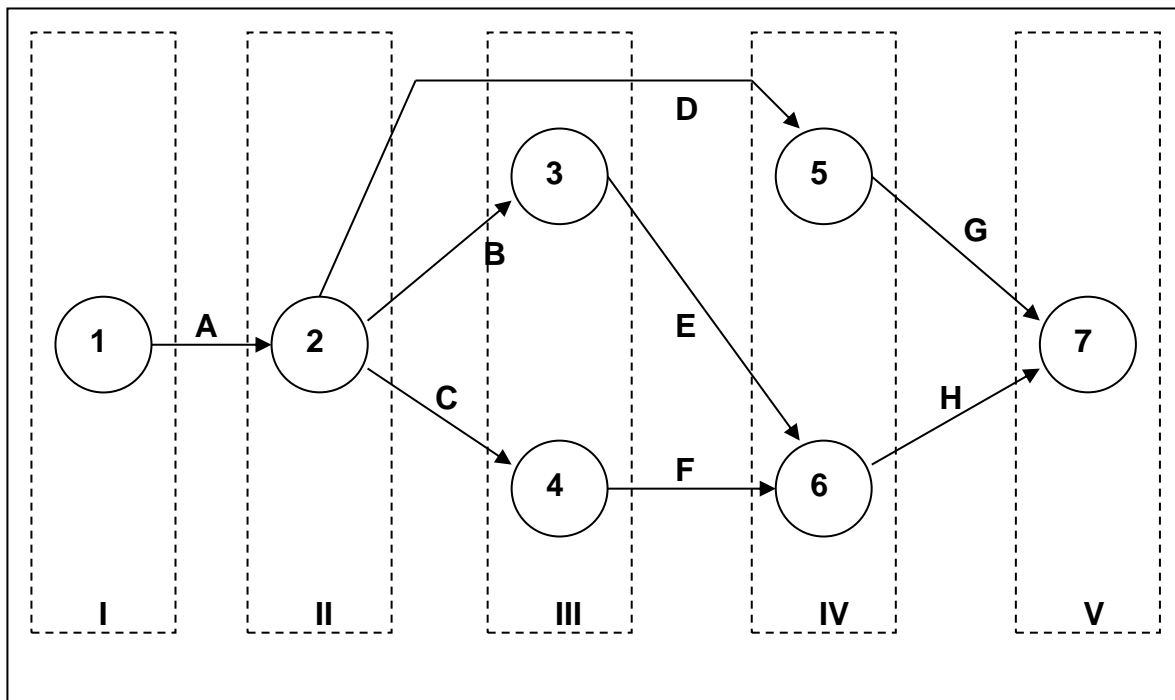
$$V3(4) = v2(4) - (a_{4,5} + a_{4,6}) = 1 - (0+1) = 0$$

$$V4(1) = v3(1) - (a_{1,3} + a_{1,4}) = 1 - (0+0) = 1$$

$$V4(2) = v3(2) - (a_{2,3} + a_{2,3}) = 2 - (1+1) = 0$$

$$V5(1) = v4(1) - a_{1,2} = 1 - 1 = 0$$

El grafo resultante entonces, queda ordenado en 5 niveles; en el Nivel I debe estar el vértice 1, en el Nivel II el vértice 2, en el Nivel III los vértices 3 y 4, en el Nivel IV los vértices 5 y 6, finalmente en el Nivel V el vértice 7:



Grafo Ordenado por Niveles usando el algoritmo de Demoucron

En seguida se calculan las asignaciones de los tiempos de cada actividad. PERT considera que la duración de las actividades es una variable aleatoria de la que se conoce su distribución de probabilidades. Se consideran entonces 3 tiempos para cada actividad:

La estimación de tiempo pesimista (TP): Que representa el tiempo máximo en el que podría finalizar la actividad si se dan todas las circunstancias negativas que pueden surgir durante su realización.

La estimación de tiempo más probable (TN): que representa el tiempo normal de duración de la actividad considerando que hay problemas durante las actividades, pero no aparecen en su totalidad.

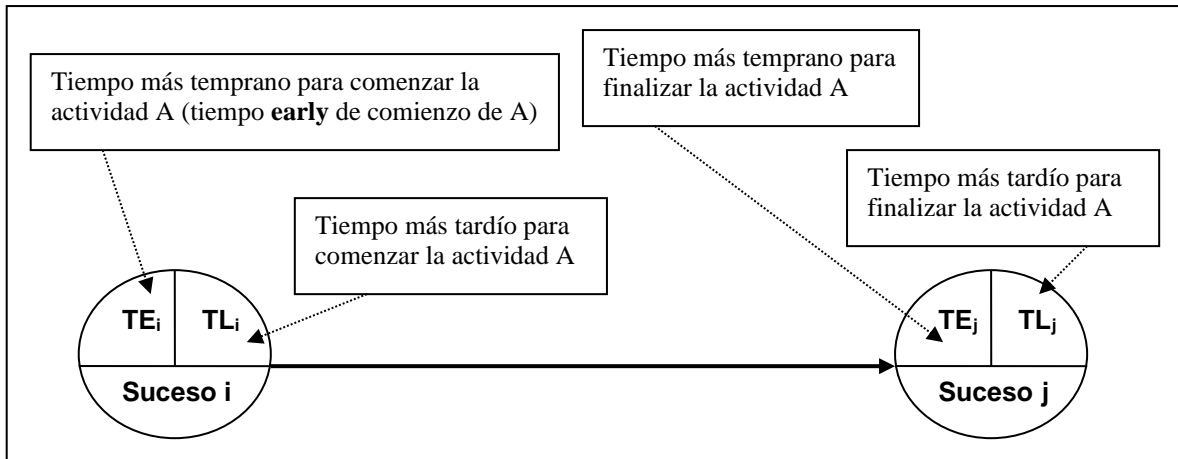
La estimación de tiempo optimista (TO): que representa el tiempo mínimo si no aparece ningún problema durante la realización de la actividad.

En base a estas estimaciones, se calcula el tiempo PERT T_{μ} como:

$$T_{\mu} = (TP + 4TN + TO) / 6$$

Cuya varianza es: $\sigma = [\text{SQRT} ((TP-TO)/6)]^2$

Una vez calculados los tiempos que tardan en realizarse cada actividad, se calculan los tiempos **early** (tiempo más temprano posible en que puede ser iniciada/finalizada una actividad) y **last** (tiempo más tardío posible en que puede ser iniciada/finalizada una actividad) de cada suceso descrito en el grafo PERT. Para ello nos basaremos en la figura siguiente:



Representación de los tiempos early y last de una actividad

2.2.1.4.3. Cálculo de los tiempos más tempranos posibles (EARLY)

El tiempo **early** del suceso **j**, que representaremos por **TE_j** será igual a:

$$TE_j = \text{máximo} [TE_i + T_{ij}]$$

Donde **TE_i** es el tiempo early del suceso **i** y **T_{ij}** es la duración de la actividad que comienza en el suceso **i** y finaliza en el suceso **j**. Es decir, se calcula sumando los tiempos early de los sucesos en los que nace una actividad que finaliza en el suceso **j**, la duración de la actividad y eligiendo el mayor.

En el ejemplo que hemos estado llevando en este tema, supongamos que se tienen calculados los tiempos PERT de cada una de las actividades y que son los siguientes:

ACTIVIDAD	A	B	C	D	E	F	G	H
DURACION	8	3	6	5	6	7	9	3

$TE_1=0$ (El suceso inicial siempre tiene un tiempo early de 0)

$TE_2=\text{máximo} [TE_1+T_{1,2}] = \text{máximo}[0+8] = 8$

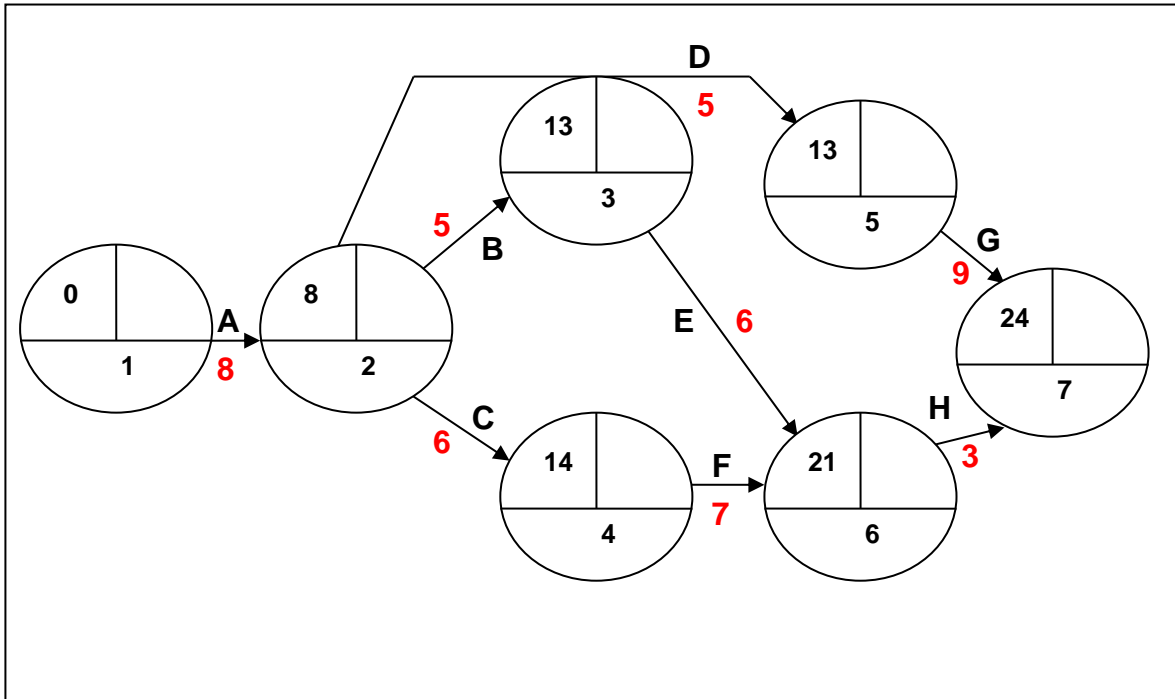
$TE_3=\text{máximo} [TE_2+T_{2,3}] = \text{máximo}[8+5] = 13$

$TE_4=\text{máximo} [TE_2+T_{2,4}] = \text{máximo}[8+6] = 14$

$TE_5=\text{máximo} [TE_2+T_{2,5}] = \text{máximo}[8+5] = 13$

$TE_6=\text{máximo} [TE_3+T_{3,6}, TE_4+T_{4,6}] = \text{máximo}[13+6, 14+7] = \text{máximo}[19,21] = 21$

$TE_7=\text{máximo} [TE_6+T_{6,7}, TE_5+T_{5,7}] = \text{máximo}[21+3, 13+9] = \text{máximo}[24,22] = 24$



Cálculo de los tiempos EARLY

2.2.1.4.4. Cálculo de los tiempos más tardíos posibles (LAST)

El resto de los tiempos LAST se calculan usando la siguiente fórmula:

$$TL_i = \text{mínimo} [TL_j - T_{ij}], \forall j$$

Donde TL_j es el tiempo last del suceso j y T_{ij} la duración de la actividad que comienza en el suceso i y finaliza en el suceso j . Es decir, se calcula restando a los tiempos last de los sucesos en los que finalizan actividades que nacen en el suceso i , la duración de las actividades y eligiendo el menor.

$TL_7 = TE_7 = 24$ (El tiempo **last** del último suceso coincide con su tiempo early.)

$TL_6 = \text{mínimo} [TL_7 - T_{6,7}] = \text{mínimo}[24 - 3] = 21$

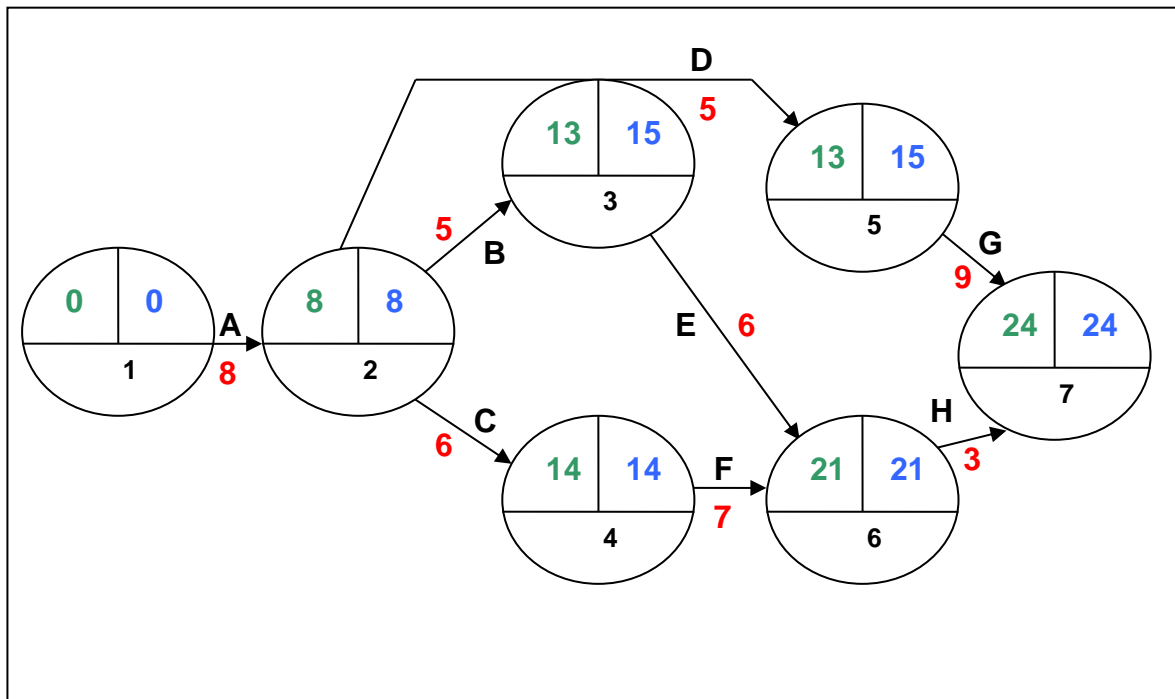
$TL_5 = \text{mínimo} [TL_7 - T_{5,7}] = \text{mínimo}[24 - 9] = 15$

$TL_4 = \text{mínimo} [TL_6 - T_{4,6}] = \text{mínimo}[21 - 7] = 14$

$$TL_3 = \text{mínimo} [TL_6 - T_{3,6}] = \text{mínimo}[21 - 6] = 15$$

$$TL_2 = \text{mínimo} [TL_3 - T_{2,3}, TL_4 - T_{2,4}] = \text{mínimo}[15 - 5, 14 - 6] = \text{mínimo} [10, 8] = 8$$

$$TL_1 = \text{mínimo} [TL_2 - T_{1,2}] = \text{mínimo}[8 - 8] = 0$$



Cálculo de tiempos early y LAST

2.2.1.4.5. Holgura total de una actividad y camino crítico

Para definir la holgura total de una actividad es necesario definir previamente el concepto de **holgura de un suceso i** como:

$$H_i = TL_i - TE_i$$

La holgura de un suceso indica el número de unidades de tiempo en las que se puede retrasar su realización de forma que no aumente la duración total del proyecto. Se dice que **un suceso es crítico** si $H_i = 0$. Los sucesos críticos del ejemplo que hemos venido utilizando son:

Holgura de los sucesos del ejemplo:

$$H_1 = TL_1 - TE_1 = 0 - 0 = 0 \quad (\text{Suceso 1 crítico})$$

$$H_2 = TL_2 - TE_2 = 8 - 8 = 0 \quad (\text{Suceso 2 crítico})$$

$$H_3 = TL_3 - TE_3 = 15 - 13 = 2$$

$$H_4 = TL_4 - TE_4 = 14 - 14 = 0 \quad (\text{Suceso 4 crítico})$$

$$H_5 = TL_5 - TE_5 = 15 - 13 = 2$$

$$H_6 = TL_6 - TE_6 = 21 - 21 = 0 \quad (\text{Suceso 6 crítico})$$

$$H_7 = TL_7 - TE_7 = 24 - 24 = 0 \quad (\text{Suceso 7 crítico})$$

La **Holgura total de una actividad** que une el suceso i con el suceso j se define como:

$$HT_{ij} = TL_j - TE_i - T_{ij}$$

y representa el número de unidades de tiempo que puede retrasarse la realización de la actividad con respecto al tiempo PERT previsto sin que aumente la duración del proyecto. Si la actividad H del ejemplo aumenta dos unidades de tiempo, el tiempo final del proyecto se verá afectado de igual modo: $TE_i = TE_j = 26$. Sin embargo la actividad E tiene una holgura total de:

$$HT_{3,6} = TL_6 - TE_3 - T_{3,6} = 21 - 13 - 6 = 2 \text{ (Holgura total de la actividad E del ejemplo)}$$

Luego entonces, podemos retrasar esta actividad como máximo 2 unidades de tiempo más sin que se retrase la finalización del proyecto.

Las actividades que tienen una holgura total igual a cero se denominan **actividades críticas**. Uniendo todas las actividades críticas se forma un camino desde el suceso inicial hasta el suceso final del proyecto, que recibe el nombre de **camino crítico** que en el grafo del ejemplo es representado por una línea gruesa (de color rojo). Cualquier retraso que sufra alguna de las actividades del camino crítico implicará un retraso del proyecto.

$$HT_{1,2} = TL_2 - TE_1 - T_{1,2} = 8 - 0 - 8 = 0 \text{ (Holgura total de la actividad A del ejemplo)}$$

$$HT_{2,3} = TL_3 - TE_2 - T_{2,3} = 15 - 8 - 5 = 2 \text{ (Holgura total de la actividad B del ejemplo)}$$

$$HT_{2,4} = TL_4 - TE_2 - T_{2,4} = 14 - 8 - 6 = 0 \text{ (Holgura total de la actividad C del ejemplo)}$$

$$HT_{2,5} = TL_5 - TE_2 - T_{2,5} = 15 - 8 - 5 = 2 \text{ (Holgura total de la actividad D del ejemplo)}$$

$$HT_{3,6} = TL_6 - TE_3 - T_{3,6} = 21 - 13 - 6 = 2 \text{ (Holgura total de la actividad E del ejemplo)}$$

$$HT_{4,6} = TL_6 - TE_4 - T_{4,6} = 21 - 14 - 7 = 0 \text{ (Holgura total de la actividad F del ejemplo)}$$

$$HT_{5,7} = TL_7 - TE_5 - T_{5,7} = 24 - 13 - 9 = 2 \text{ (Holgura total de la actividad G del ejemplo)}$$

$$HT_{6,7} = TL_7 - TE_6 - T_{6,7} = 24 - 21 - 3 = 0 \text{ (Holgura total de la actividad H del ejemplo)}$$

